

# 臺北市立復興高級中學 103 學年度第 1 次正式教師甄選

## 數學科教師甄選筆試題目卷

注意：本科試題共 1 頁。請確認試題內容、題號，並請考生注意時間掌握。

1. 設  $p, q$  為實數，已知  $x^3 - px + q = 0$  有三個實根，若  $\alpha$  為一根，證明： $-\sqrt{\frac{4p}{3}} \leq \alpha \leq \sqrt{\frac{4p}{3}}$ 。(6分)

2. (1)若  $x+y=1, x>0, y>0$ ，求  $f(x,y)=(x+\frac{1}{x})^2+(y+\frac{1}{y})^2$  的最小值，及此時數對  $(x,y)$ 。(8分)

(2)試用幾何方法與代數方法求函數  $y=\frac{1+\sin x}{2+\cos x}$  的最大值及最小值。(8分)

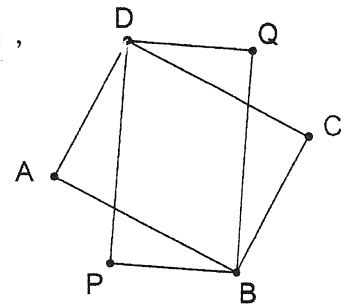
3. 已知  $a, b, c, d$  均為實數且  $a \neq 0$ ，

試就  $a, b, c, d$  之關係討論二多項式  $ax^3+bx^2+cx+d$  與  $ax^3+dx^2+cx+b$  之最高公因式的情形。(8分)

4. 如右圖，四邊形  $ABCD$  與  $PBQD$  皆為矩形， $\overline{AD}=6, \overline{DC}=8, \overline{DQ}=5$ ，

試求：(1) $\triangle ABQ$  的面積 (5分)

(2) $\overline{AQ}^2$ 。(5分)



5. 設  $x$  為實數，以  $[x]$  表示不大於  $x$  的最大整數。

試求滿足方程式  $[x]+[2x]+[3x]+[4x]=2014$  之  $x$  的範圍。(8分)

6. 設  $n$  為正整數， $n \geq 3$ 。

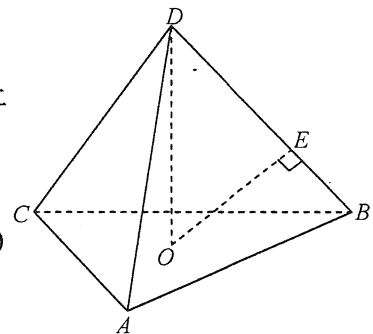
(1)自圓之內接正  $2n$  邊形的頂點任取三點為三角形的頂點，則可做成多少個銳角三角形？(5分)

(2)自圓之內接正  $2n+1$  邊形的頂點任取三點為三角形的頂點，則可做成多少個鈍角三角形？(5分)

7. 已知直三角錐  $D-ABC$  中，底  $ABC$  為正三角形， $D$  在  $\triangle ABC$  中心的正上

方，且相鄰的兩側面的二面角為  $2\theta$ ，底面中心到側稜的距離  $\overline{OE}=1$ ，

如右圖所示。令  $t=\tan \theta$ ，請以  $t$  表示三角錐  $D-ABC$  的體積。(10分)



8. 試求定積分  $\int_0^1 \frac{x}{(x+1)^2(x^2+1)} dx$ 。(10分)

9. 設  $f(a)=2, g(a)=2, f'(a)=3, g'(a)=4$ ，試求  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [\frac{g(a+3h)}{f(a-3h)} - \frac{f(a)}{g(a)}]$  之值。(10分)

10. (1)設二次函數  $y=x^2+2x$  的圖形  $\Gamma$  關於直線  $L: y=2x$  的對稱曲線為  $\Gamma'$ ，求  $\Gamma'$  的方程式。(6分)

(2)求曲線  $\Gamma'$  與  $x$  軸所圍出封閉區域的面積。(6分)