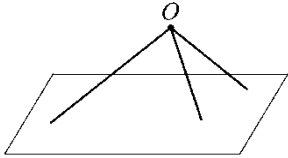


# 103 學年度國立嘉義女中數學科甄選老師試題

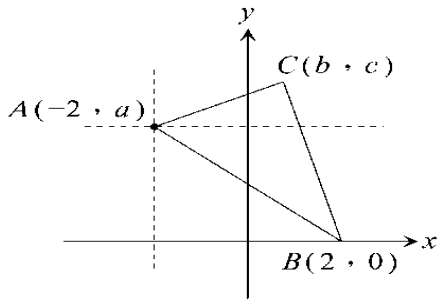
一、填充題 60%( 每題 10 分)：

- 1.阿文為了實驗，用鐵條焊接了一個三隻腳都互相垂直的三腳架，若將此腳架放在水平地面上，使每一隻腳的底端都在地面上，如圖所示。已知三隻腳的長分別為 30 公分，40 公分，30 公分，則頂端  $O$  點到地面的距離為\_\_\_\_\_公分。



- 2.求  $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \sin^2 4^\circ + \dots + \sin^2 269^\circ + \sin^2 270^\circ$  之值= \_\_\_\_\_。

- 3.如下圖：平面上有三點  $A(-2, a)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(b, c)$ ,  $a, b, c > 0$ , 若  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{AC} = 2$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$ , 則  $b + c =$ \_\_\_\_\_。



- 4.設  $abc \neq 0$ ,  $\begin{vmatrix} b+c & b^2c^2 & bc \\ c+a & c^2a^2 & ca \\ a+b & a^2b^2 & ab \end{vmatrix}$  的值为\_\_\_\_\_。

- 5.由 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 等九個數字取出相異三個數字，可排成 6 個三位數，若此 6 個三位數的總和介於 3500 與 3700 之間，則取出三個數的方法有幾種？\_\_\_\_\_。

- 6.設  $A$  點在圓  $x^2 + y^2 = 4$  上移動， $B$  點在圓  $x^2 + y^2 = 16$  上移動，則所有  $\overline{AB}$  中點所成圖形的面積 =\_\_\_\_\_。

二、計算題 40%(每題 10 分)：

- 1.設  $P$  為橢圓  $5x^2 + 8xy + 5y^2 - 18x - 18y + 9 = 0$  上一點， $Q$  點為  $(1, 1)$ ，求  $\overline{PQ}$  長的最大值與最小值。

2. 試求  $(1+x) + 3(1+x)^2 + 5(1+x)^3 + \cdots + 29(1+x)^{15}$  展開式中， $x^4$  項的係數。

3. 三直線  $x - y - 9 = 0$ ， $x + 2y = 0$ ， $3x - y - 7 = 0$  圍成一個三角形，求此三角形之外接圓方程式。

4. 設  $0 \leq x \leq 2\pi$ ，解不等式  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2\cos x & \sqrt{3} & 5 \\ 4\cos^2 x & 3 & 25 \end{vmatrix} \geq 0$ 。