

高雄女中 99 學年度第二學期第二次段考一年級數學科試題

※ 注意：共 20 格填充，答案一律以數值作答，分數請化為最簡分數，否則不予給分！

以下內容改編自 *Shakespeare* 羅馬悲劇：“*Julius Caesar*”。如過於荒誕，敬請原諒。

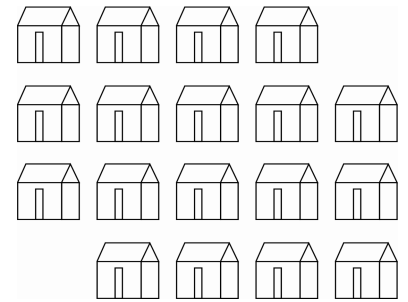
第一幕：羅馬城

「說吧，你們是做什麼工作的？」2 位護民官 *Flavius* 與 *Marullus* 在街上驅趕民眾。5 位市民各自出示 1 張自己的工作證（證件上有姓名欄與職業欄），其中職業欄含有木匠、麵包商、與裁縫師三類，則市民證件的組合情形有 (1) 種。麵包商將 20 個相同的麵包，全部贈予 2 位護民官及其他 4 位市民甲、乙、丙、丁，其中一位護民官至少得 7 個，另一位至少得 8 個，方法有 (2) 種。*Caesar* 率隊伍進城，樂隊和旗隊各有 7 人，選出 6 人進行表演，其中樂隊與旗隊各至少 2 人的方法有 (3) 種。隊伍中，*Caesar* 的軍團長 *Antony* 正參加競走比賽，主辦單位準備了紅色、白色、藍色、橘色、紫色的鞋子各一雙（左右不同），從中任選 4 雙，恰成一雙（同色才成雙）的方法有 (4) 種。競走完後，隊伍來到卡匹杜里諾山丘上的朱彼特神殿，最高神祇官 *Caesar* 將 12 項不同的祭品任意平分成 3 堆獻祭，其中的 3 樣祭品：白牛、公羊、灰鷹在同一堆的方法有 (5) 種。

一名預言者對 *Caesar* 說：「留心 3 月 15 日」。從 3 月 5 日到 14 日這 10 天中，任意選出三天舉辦凱旋式慶典，方法有 (6) 種。馬爾斯廣場中，*Cassius* 與 *Brutus* 在一旁談論凱旋式的演講：「又在歡呼，這次是爲了什麼？恐怕人民會奉 *Caesar* 爲王」。假設在 10 場演講中群眾一共歡呼了 3 次，則每場演講接受歡呼次數的情形有 (7) 種。結束時，*Casca* 走在最後，因爲聽不懂前面 *Cicero* 的希臘文演講，便用希臘符號 α 、 β 寫成一個式子展開，在口裡唸唸有詞來宣洩他的迷惑：在 $(\alpha + \beta)^{11}$ 的展開式裡， $\alpha^4 \beta^7$ 的係數爲 (8)，令展開式中 $\alpha = 2x^2$ ， $\beta = -\frac{1}{x}$ ，則合併同類項後 x 項的係數爲 (9)。計算 12^{11} 除以 1000 的餘數爲 (10)。晚上暴雨交加，害怕共和被破壞的 *Brutus* 邀集了許多元老商議計策，參與的人兩兩互相握手，則 14 個人總共握手 (11) 次。

第二幕：元老院廣場

Caesar 到了議會前再次遇到預言者。「已經 3 月 15 日了」「可是還沒過去呢！」預言者投擲一枚正面鑄有 *Caesar* 頭像的銀幣 8 次進行占卜，出現 4 次以上正面的機率為 (12)。議場有圍成圓形的 16 個不同席位，若選出 3 個席位進行對角線諮商，不在鄰座討論，選法(人未入座)有 (13) 種。開會時 *Casca* 突然對 *Caesar* 下手，就在 *Pompey* 雕像前暗殺了 *Caesar*，有人到街上大呼「自由，解放，暴君死了」導致民眾驚慌四散。如右圖，有五行四列的 18 間民房中



，任選 2 間房屋不同行(可同列)的機率為 (14)。「你們曾經愛過 *Caesar*，是什麼理由使你們改變初衷呢？窮人悲傷的時候，*Caesar* 也陪她們哀哭，難道這就是野心嗎？我要從眼睛裡哭出我的靈魂來」。

公共講壇上 *Antony* 不斷呼喚 *Caesar* 的名字，試求使 $C_1^n \cdot 3 + C_2^n \cdot 3^2 + \dots + C_n^n \cdot 3^n > 10^6$ 的最小自然數 n 為 (15)。*Antony* 演講後群情激憤，可憐詩人 *Cinna*，只因為與某位策劃者同名，就被失去理智的民眾殺害了。為了向詩人 *Cinna* 致敬，從 “*Cinna the Poet*” 十二個字母中任取四個排成一列，做為輓聯，方法有 (16) 種。

第三幕：腓利比平原

Antony、*Octavius* 的軍隊以 *Brutus*、*Cassius* 為首的守舊派軍隊在腓利比平原展開會戰。已知四名軍團長麾下副官人數統計如右表：則在戰場上隨機相遇的 2 名副指揮官，隸屬同一軍團長的機率為 (17)。開戰時，*Cassius* 用同一

軍團長	<i>Antony</i>	<i>Brutus</i>	<i>Cassius</i>	<i>Octavius</i>
副指揮官	7 人	6 人	5 人	2 人

個問題與 *Antony* 決定勝負： $C_0^3 + C_2^5 + C_4^7 + C_6^9 + C_8^{11} + C_{10}^{13} + C_{12}^{15} + C_{14}^{17} + C_{16}^{19} + C_{18}^{21} =$ (18)，*Antony* 一下子就達出來了；*Brutus* 則在內心糾葛，不斷投擲骰子探問希望的點數：求投擲三次，點數都同且越來越小的機率為 (19)。此後 *Caesar* 的繼承人 *Octavius*(即 *Augustus*) 領導國家轉型，並締造了羅馬和平。今將 *Julius Caesar* 的名言「我來我見我征服」七字排成一列，求「我」不完全相鄰的機率為 (20)。

標準解答

第一幕：

- (1) 243 (2) 252 (3) 2695 (4) 120 (5) 315
(6) 120 (7) 220 (8) 330 (9) -5280 (10) 688
(11) 91

第二幕：

- (12) $\frac{163}{256}$ (13) 352 (14) $\frac{43}{51}$ (15) 10 (16) 4050

第三幕：

- (17) $\frac{47}{190}$ (18) 4015 (19) $\frac{5}{54}$ (20) $\frac{6}{7}$