

准考證號碼：

姓名：

※ 注意：請務必於右欄填寫「准考證號碼」及「姓名」

一、填充題（每格 9 分，共 54 分）

1. 已知一正實數數列 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，且滿足 $a_1 \cdot \log a_1 + a_2 \cdot \log a_2 + a_3 \cdot \log a_3 + \cdots + a_{2014} \cdot \log a_{2014} = 1$ ，
 $a_1 \cdot \log a_{2014} + a_2 \cdot \log a_{2013} + a_3 \cdot \log a_{2012} + \cdots + a_{2014} \cdot \log a_1 = 2$ ，則
 $(a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2014}) \cdot \log(a_1 a_2 a_3 \cdots a_{2014}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

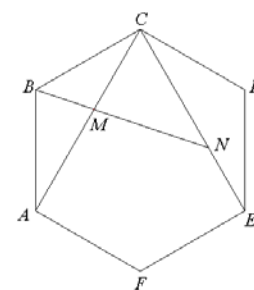
Ans : 3021

2. 已知平面上三點 $O(0,0), A(0,3), B(n,0)$ ，其中 $n \in N$ ，若 $\triangle OAB$ 的內切圓半徑為 r_n ，外接圓半徑為 R_n ，
 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{R_n r_n}{R_n + r_n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

Ans : $\frac{3}{2}$

3. 如右圖， M, N 兩點分別在正六邊形 $ABCDEF$ 的對角線 \overline{AC} ， \overline{CE} 上，

且 $\frac{\overline{AC}}{\overline{AM}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CN}} = t$ 。若 B, M, N 三點共線，則 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



Ans : $\sqrt{3}$

4. 已知 L 為過原點 O 與 x 軸正向夾角為 θ 的直線，對於點 P 對直線 L 作垂線的垂足 P' 稱為 P 對 L 的投影。已知「對 L 作投影」的作用可表示成一個線性變換 T ，若代表 T 的二階方陣為 A ，則

$A^{103} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

Ans : $\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$

5. 點 P 在圓 $C: x^2 + (y - 4)^2 = 16$ 上，其圓心為 A ，定點 $B(0, 7)$ ，若 $\angle APB = \theta$ ，則 $\sin 2\theta$ 的最大值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

Ans : 1

6. 給定一個 5×5 的方格紙，用黑、紅兩色為每個方格隨機上色，每個格子為黑色或紅色的機率相等，試問在恰好有 4 個黑色方格的條件下，所有黑色方格均相鄰的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。註：兩方格相鄰是指兩方格共用一條邊，三方格均相鄰是指兩方格相鄰並與第三個方格共用一條邊，依此類推。

Ans : $\frac{114}{6325}$