

國立臺灣大學資訊工程學系 103 年度申請入學第二階段筆試

科目：數學(A)

共 10 題，皆為填充題。

1. 已知 $\begin{cases} 3x - 4y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$
求 $\frac{x^2 + y^2 + z^2}{xy + yz + zx} = ?$
2. 已知直線 $x + y + a = 0$ 切圓 $x^2 - 2x + y^2 + 4y + b = 0$ 於點 $(c, -1)$ ，
求 $a + b + c = ?$
3. 第二象限角 α 滿足 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ，第四象限角 β 滿足 $\sin \beta = -\frac{12}{13}$ ，
求 $\cos(\alpha + \beta) = ?$
4. 甲班 30 人，平均分數為 72，標準差為 8；乙班 20 人，平均分數為 67，標準差為 7，求兩班共 50 人的總標準差。
5. 有甲、乙兩個箱子，甲箱中有 2 顆白球，乙箱中有 1 顆白球和 1 顆黑球，現進行 3 回合的操作，每個回合的操作如下：
(1) 從甲箱的 2 球中隨機挑出 1 球放入乙箱。
(2) 從乙箱的 3 球中隨機挑出 1 球放入甲箱。
令 p_n 為操作 n 次後，甲箱中有 2 顆白球的機率，則 $27(p_1 + p_2 + p_3) = ?$
6. 將五個物品放入三個箱子中，
物品皆相同，箱子皆相同的方法有 a 種，
物品皆相異，箱子皆相同的方法有 b 種，
物品皆相同，箱子皆相異的方法有 c 種，
物品皆相異，箱子皆相異的方法有 d 種。
求 $a + b + c + d = ?$

7.
$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+2)} = \frac{an^2+bn+c}{dn^2+en+f},$$

求 $\frac{d+e+f}{a+b+c} = ?$

8. $0 < x < 1, \log_x 4 - \log_2 x = 1$

求 $\frac{1}{x} = ?$

9. 整係數多項式 $2x^4 + 5x^3 - x^2 + 5x - 3$ 有整係數一次因式 $f(x), g(x)$,

已知 $f(x), g(x)$ 不互為因式，且 $f(x)g(x) = 2x^2 + ax + b$,

求 $a + b = ?$

10. $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，

求 $-\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a+b}\right)^{-1} = ?$

國立臺灣大學資訊工程學系 103 年度申請入學第二階段筆試

科目：數學(B)

共 10 題，皆為填充題。

1. 阿資有 1~2014 的 2014 張牌，現在阿資從 1 號牌開始，丟掉第一張牌，並將下一張牌放置於桌上，重複直到手上無牌，完成一輪後再拿起桌上的牌，由小到大排列，進行一樣的處理動作，依此類推，請問他最後剩下的一張牌是幾號？
2. 小工有裝有 x 單位容量咖啡的咖啡瓶，與裝有 x 單位容量牛奶的牛奶罐。今小工使用容量為 y 的湯匙，從咖啡瓶中舀取 y 單位的咖啡倒進牛奶罐中，待混合均勻後，再從 $x + y$ 單位的混合液體中，舀取 y 單位倒回咖啡瓶中。現在兩瓶液體體積相等，但咖啡與牛奶的含量比值不同，請問是：
(a) 咖啡瓶中的牛奶含量比較高
(b) 牛奶罐中的咖啡含量比較高
3. $a_0 = 1$ ，
 $a_n = a_{n-1} + \lfloor \sqrt{a_{n-1}} \rfloor$
已知對於所有的 $2^l + l \leq n < 2^{l+1} + l + 1, l \in \mathbf{N} \cup \{0\}$ ，
 $a_{n-1} = 2^l + \left\lfloor \left(\frac{n+p}{q} \right)^2 \right\rfloor$
求 $p + q = ?$
4. $\int_{-1}^1 x^3 \sqrt{1-x^2} = ?$
5. $\left[\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{2+h}}{h} - \frac{\sqrt{2}}{h} \right) \right]^{-2} = ?$

6. 已知 $\frac{x^2}{2m-1} + \frac{y^2}{m+2} = 1$ 為一長軸在 y 軸上的橢圓，且 m 的合法範圍為

$$\frac{1}{a} < m < b,$$

求 $a + b = ?$

7. $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}^{101} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix},$

求 $a + b + c + d + e + f + g + h + i = ?$

8. 直線 $L \in$ 平面 $x - y + z = 2$ ，又 L 上離原點最近的點為 $(2,1,1)$ ，若 L 之方向向量為 $(2,b,c)$ ，求 $b + c = ?$

9. 平面上三點

$$P(4x_2 + y_1, 5y_1 - 3x_1) \quad Q(4x_2 + y_2, 5y_2 - 3x_2) \quad R(4x_3 + y_3, 5y_3 - 3x_3),$$

已知 $\triangle PQR$ 之面積 = 69，

$$A(x_1, y_1) \quad B(x_1, y_1) \quad C(x_1, y_1),$$

求 $\triangle ABC$ 之面積 = ?

//第一個 x_2 應該是 x_1 ，但試務人員特別宣布這題目沒有問題，解法未知。

10. 已知實數 x, y, z 滿足下列條件，

$$2x + y + z = -4$$

$$5x + y = -19$$

求 $x^2 + y^2 + z^2$ 的最小值。

整理：曹鼎 @ 武陵

感謝：weirdfoot @ PTT