臺北市立南港高中 102 學年度第 2 次代理教師甄選數學試題卷

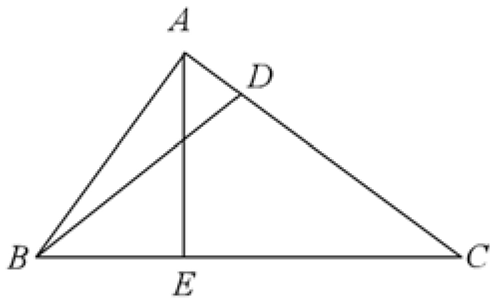
須將完整過程寫於答案卷，答案卷上請標明題號作答，14. 15.題為多選題也須將理由寫出

1. 考慮滿足下列條件的所有三角形 ABC ： $\overline{AB}=\overline{AC}$ ， D 在 $\overline{AC}$ 上， $\overline{BD}\perp\overline{AC}$ ， $\overline{AD}$ 與 $\overline{CD}$ 的長度均爲整數， $\overline{BD}^2=87$ 。在所有這樣的三角形中， $\overline{AC}$ 長度的最小值爲何?

2. 設 $a,b,c,d\in R$ 且 $d\neq 0$ ，若方程式 $x^4-4x^3+ax^2+bx+10=0$ 有兩根爲 $c+di$ 及 $c+2di$ ，試求 a,b,c,d 的值。

3. 四面體 $OABC$ 中， $\overline{OC}\perp\overline{OA}$ ， $\overline{OC}\perp\overline{OB}$ ， $\angle AOB=120^\circ$ ，且 $\overline{OB}=2\overline{OA}=2\overline{OC}$ ，已知 M 爲 $\overline{AC}$ 之中點， H 在 $\overline{AB}$ 上，若 $\overline{MH}\perp\overline{AB}$ ，求 $\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$ 爲何?

4. 如圖所示，三角形 ABC 中， $\angle BAC$ 爲直角， $\overline{AE}\perp\overline{BC}$ ， $\overline{BD}=\overline{DC}=\overline{EC}=1$ ，求 $\overline{AC}$ 之長度。



5. 若數列 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_{2013}$ 中每一項皆爲 $0,1,-1,2$ 或 -2 ，則 $a_1\times a_2\times a_3\times\cdots\times a_{2013}$ 的值有幾種可能?

6. 設平面上三向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 滿足 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$ ，且 $|\vec{a}|=20,|\vec{b}|=15,|\vec{a}-\vec{b}|=7$ ，求 $\vec{a}$ 在 $\vec{c}$ 上的正射影長。

7. 圓內接四邊形 $ABCD$ ， $\overline{AC}$ 爲圓之直徑， $\angle BAC=\alpha,\angle DAC=\beta$ ，若 $\overline{BD}=10,\angle BAD=45^\circ$ ，且 ΔABC 的面積爲 ΔACD 面積的兩倍，求 ΔABC 的面積。

8. 梯形 ABCD，其中 $\overline{AB}$ 平行 $\overline{CD}$ ，已知梯形面積爲 45，若三邊的方程式分別爲： AB 邊： $x+2y-1=0$ ，BC 邊： $2x-y-7=0$ ，AD 邊： $2x+y-2=0$ ，求第四邊 CD 所在的直線方程式。

9. 若 $4<x<100$ 且 $\log 3x$ 的尾數是 $\log x$ 尾數的 2 倍，求 x 的值。

10. 若動點 $P(x,y)$ 到直線 $x=-1$ 的距離是到點 $F(1,0)$ 的距離的 k 倍（ $k>0$ ），就 k 討論動點 P 之軌跡圖形。

交卷時請一併繳回試題

臺北市立南港高中 102 學年度第 2 次代理教師甄選數學試題卷

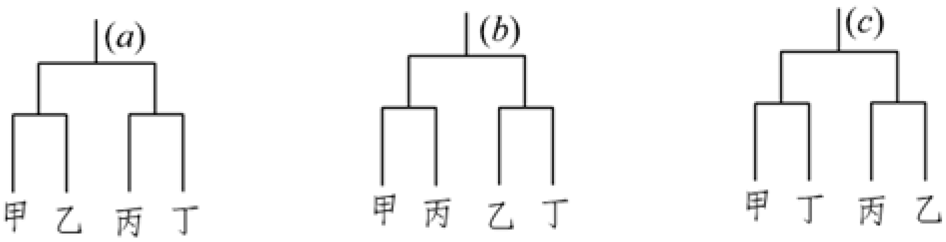
11. 袋中有 8 顆白球，9 顆黑球，10 顆紅球共 27 顆球。今從袋中取球，一次取一顆，取後不放回，試問白球最先取完的機率爲何？

12. 試求在平面 $2x-y+2z=0$ 上，與 L: $\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y+1}{-8}=\dfrac{z-2}{-11}$ 平行且與 L 之距離爲 $\sqrt{35}$ 的直線方程式。

13. 座標平面上四點，$O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$, $C(t,0)$ ，其中 $0<t<1$ ，設 D 在 $\overline{AB}$ 上，且 $\angle ACD=\angle BCO$ ，當 $t=\alpha$ 時，ΔBCD 面積有最大值 S ，求數對 $(\alpha\,,S)$ 。

14. 設直線 $x+y-8=0$ 與 $y=2^x$ ， $y=\log_2 x$ 分別交於 $P(a,b)$, $Q(c,d)$ 兩點，且 O 爲原點，下列哪些正確?
(A) $a>2$　　(B) $c>6$　　(C) $2^d=b$　　(D) ΔOPQ 的面積大於 20

15. 甲、乙、丙、丁四支籃球隊，由下列三種賽程擇一進行單淘汰賽（輸一場即出局）。



已知甲勝其他任何一隊的機率皆爲 $\dfrac{2}{3}$ ，乙勝其他任何一隊的機率皆爲 $\dfrac{1}{3}$ ，丙丁實力相當，比賽沒有和局，下列哪些正確？

(A)不論採何種賽程，甲獲得冠軍的機率皆爲 $\dfrac{4}{9}$

(B)對丙而言，三種賽程中採用 (a) ，其獲得冠軍的機率最高

(C)在賽程 (a) 中，丙得冠軍的機率爲 $\dfrac{6}{27}$

(D)若用抽籤的方法決定賽程，則甲、丁能相遇進行比賽的機率超過 $\dfrac{3}{5}$

16. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CD}=8$, $\overline{DA}\cdot\overline{DC}=20$ ，點 P 爲四邊形 $ABCD$ 內一點，點 P 至 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 的距離分別爲 a , b , c , d ，求 $9a^2+b^2+16c^2+d^2$ 的最小值。

17. 有一個四面體 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB}=\overline{CD}=5$ ， $\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{41}$ ， $\overline{AD}=\overline{BC}=\sqrt{34}$ ，求此四面體的體積。

18. 試推導出<u>費波那契</u>數列 $\begin{cases} a_1=1 \\ a_2=1 \\ a_{n+2}=a_{n+1}+a_n\ ,\ n\geq 1 \end{cases}$ 的一般式 a_n 。（以 n 表示）

交卷時請一併繳回試題