

# 102 年指定考科試題 社會組

俞克斌老師編寫

第壹部分：選擇題（共佔 76 分）

一、單一選擇題（佔 12 分）

1. 設  $a, b, c$  為實數，且二次多項式  $f(x) = ax(x-1) + bx(x-3) + c(x-1)(x-3)$  滿足  $f(0) = 6$ 、 $f(1) = 2$ 、 $f(3) = -2$ 。請問  $a + b + c$  等於下列哪一個選項？
- (1) 0    (2)  $\frac{2}{3}$     (3) 1    (4)  $-\frac{1}{2}$     (5)  $-\frac{4}{3}$     【102 指乙】

答：(2) **（第一冊第二章多項函數）**

解：  $f(0) = c(-1)(-3) = 6 \Rightarrow c = 2$   
 $f(1) = b(1)(-2) = 2 \Rightarrow c = -1$   
 $f(3) = a(3)(2) = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$   
 $\therefore a + b + c = \frac{2}{3}$

2. 綜合數種糧食的【糧食自給率】定義為  $\frac{A}{B}$ ，其中  $A$  為「每一種糧食之國內生產量乘以該糧食每單位產生熱量之後的總和」， $B$  為「每一種糧食之國內消費量乘以該糧食每單位產生熱量之後的總和」。已知甲、乙、丙三種糧食相關數據如下表：

糧食	國內生產量 (單位：千公噸)	國內消費量 (單位：千公噸)	單位糧食產生的熱量 (單位：大卡/每百公克)
甲	1000	1200	300
乙	280	320	100
丙	100	1000	600

請問綜合甲、乙、丙這三種糧食的【糧食自給率】最接近下列哪一個選項？

- (1) 37%    (2) 39%    (3) 41%    (4) 43%    (5) 45%    【102 指乙】

答：(2) **（第二冊第四章數據分析）**

解：  $\frac{1000 \times 300 + 280 \times 100 + 100 \times 600}{1200 \times 300 + 320 \times 100 + 1000 \times 600} = \frac{388}{992} \doteq 39.11\% \dots$

二、多選題（佔 40 分）

3. 坐標平面上兩點  $(4, 1)$  和  $(5, 9)$  在直線  $3x - y - k = 0$  的兩側，其中  $k$  為整數。

請選出正確的選項。

- (1) 滿足上式的  $k$  最少有 5 個    (2) 所有滿足上式的  $k$  的總和是 35  
(3) 所有滿足上式的  $k$  中，最小的是 7    (4) 所有滿足上式的  $k$  的平均是 9  
(5) 所有滿足上式的  $k$  中，奇數與偶數的個數相同    【102 指乙】

答：(3)(5) **（第三冊第二章線性不等式）**

解：  $f(x, y) = 3x - y - k$   
 $f(4, 1) \cdot f(5, 9) = [11 - k][6 - k] = [k - 11][k - 6] < 0 \Rightarrow 6 < k < 11$   
 $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 7, 8, 9, 10$

- (1) 應為 4 個
- (2) 應為 34
- (3) 應為 8.5

4. 下列有關循環小數的敘述中，請選出正確的選項。

- (1)  $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 0.\overline{6} + 0.\overline{4}$       (2)  $0.\overline{72} + 0.\overline{28} = 1.\overline{1}$       (3)  $0.\overline{7} + 0.\overline{3} = 1$   
 (4)  $0.\overline{5} + 0.\overline{5} = 1.\overline{1}$       (5)  $0.4\overline{9} = 0.5$       【102 指乙】

**答**：(1)(4)(5) (**第六冊第一章極限與函數**)

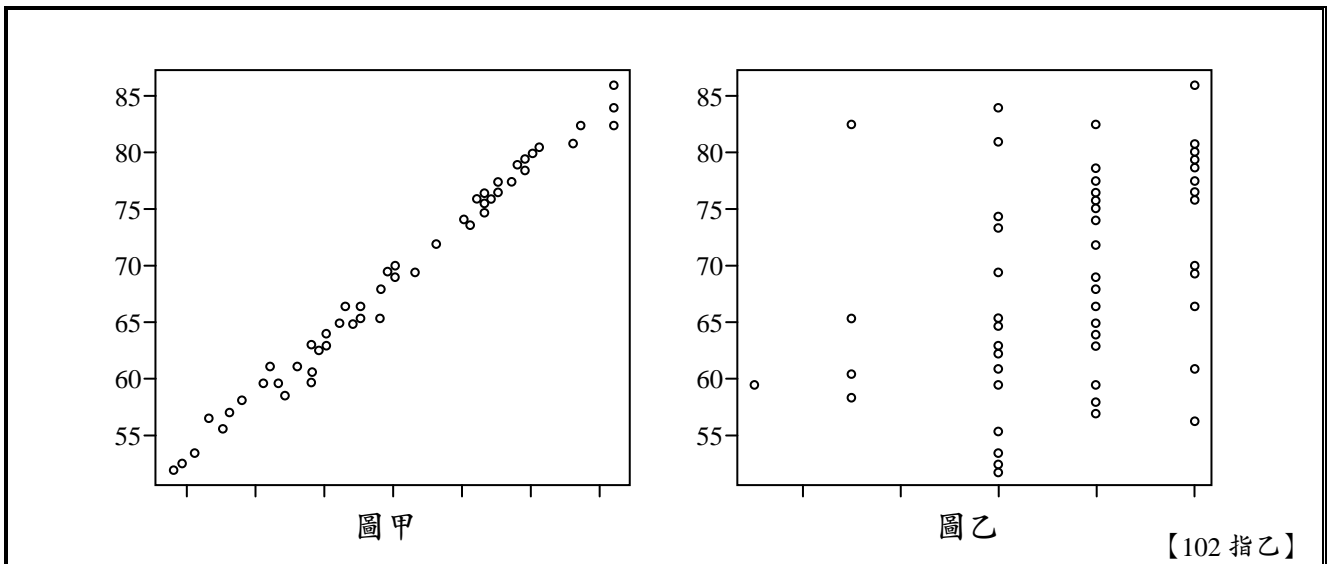
- 解**：(1) 左 =  $\frac{7}{9} + \frac{3}{9} = \frac{10}{9}$ ，右 =  $\frac{6}{9} + \frac{4}{9} = \frac{10}{9}$   
 (2) 左 =  $\frac{72}{99} + \frac{28}{99} = \frac{100}{99}$ ，右 =  $0.1\overline{1} \times 10 = \frac{10}{9}$   
 (3) 左 =  $\frac{7}{9} + \frac{3}{9} = \frac{10}{9}$ ，右 = 1  
 (4) 左 =  $\frac{5}{9} + \frac{5}{9} = \frac{10}{9}$ ，右 =  $0.1\overline{1} \times 10 = \frac{10}{9}$   
 (5) 左 =  $\frac{45}{90} = \frac{5}{10}$ ，右 = 0.5

5. 某研究所處理個人申請入學，其甄選總成績係採計測驗 A 分數及測驗 B 分數各占 50%。50 位申請同學依甄選總成績高低排序，錄取前 20 名。現依准考證號碼順序，將這些同學的成績列表如下：（例如，第一位同學的測驗 A 分數及測驗 B 分數分別為 93 分及 28 分）

測驗 A	93	98	100	100	100	98	96	96	98	96	96	98	98
測驗 B	28	50	59	22	52	67	30	15	46	11	72	21	59
測驗 A	93	100	100	100	100	98	98	96	98	100	96	100	96
測驗 B	24	13	53	33	61	57	55	26	35	40	9	60	23
測驗 A	96	96	96	100	100	96	98	98	91	100	96	100	98
測驗 B	66	29	34	58	55	35	16	28	28	72	51	39	40
測驗 A	98	96	96	93	98	96	98	98	98	98	93		
測驗 B	18	43	8	38	32	53	38	53	30	54	72		

所有學生測驗 A 分數的平均數為 97.38，而測驗 B 分數的平均數為 40.22。現從甄選總成績、測驗 A 分數及測驗 B 分數之中任選兩種成績作散佈圖，圖甲及圖乙為其中之一；兩圖中各有 50 個資料點，每一點代表一位同學；兩個橫軸與縱軸之單位長可能皆不相同。請選出正確的選項。

- (1) 圖乙的橫軸為測驗 A 分數
- (2) 圖乙的縱軸為甄選總成績
- (3) 圖甲的橫軸為甄選總成績
- (4) 若只以測驗 B 分數高低錄取 20 位同學（不採計測驗 A 分數），錄取的同學與以甄選總成績高低錄取的同學完全相同
- (5) 甄選總成績的平均數為 97.38 及 40.22 的平均數



**答：**(1)(2)(4)(5) **(第二冊第四章數據分析)**

**解：**(1)(2)(3) ∵  $A$  最高分為 100，共 13 人。 $B$  最高分為 72，共 3 人  
 $A+B$  最高分 172，有 1 人。次高分 168，有 1 人。再次高分 165，有 2 人  
 ∴ 圖甲橫軸為  $B$ ，縱軸為  $A+B$ 。圖乙橫軸為  $A$ ，縱軸為  $A+B$   
 (4) 由圖甲知  $B$  與  $A+B$  高度正相關。  
 (5) 總成績的平均數為  $97.38 \times 50\% + 40.22 \times 50\%$ 。

6. 想要了解選民對某候選人真正的支持度(支持率)  $p$ ，  
 四家媒體所做的民意調查結果如下表所示：

	媒體 A	媒體 B	媒體 C	媒體 D
$\hat{p}$	0.30	0.40	0.30	0.28
$\hat{\sigma}$	0.02	$\hat{\sigma}_B$	0.01	0.01

其中  $\hat{p}$  表示抽樣支持度， $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ ， $n$  為抽樣人數。請選出正確的選項。

- (1) 在 95% 的信心水準下，媒體 A 抽樣所得的  $p$  的信賴區間為  $[0.28, 0.32]$
- (2) 如果媒體 B 抽樣的人數與媒體 A 相同，則  $\hat{\sigma}_B$  大於 0.02
- (3) 媒體 C 抽樣人數約為媒體 A 抽樣人數的兩倍
- (4) 媒體 A 的抽樣支持度比媒體 B 的抽樣支持度更接近候選人真正的支持度  $p$
- (5) 在 95% 的信心水準之下，  
 至少有一家媒體抽樣所得  $p$  的信賴區間會包含真正的支持度  $p$  【102 指乙】

**答：**(2) **(第五冊第一章機率與統計 II)**

**解：**(1) 所求 =  $[0.30 - 2 \times 0.02, 0.30 + 2 \times 0.02] = [0.26, 0.34]$

$$(2) \sqrt{\frac{0.3 \times 0.7}{n_A}} = 0.02 \Rightarrow n_A = 525$$

$$\hat{\sigma}_B = \sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{525}} \approx 0.021 \dots > 0.02$$

$$(3) \sqrt{\frac{0.3 \times 0.7}{n_C}} = 0.01 \Rightarrow n_C = 2100 = 4n_A$$

(4)(5) 無法作此推論

7. 已知二階方陣  $A = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$  滿足  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$ 。請選出正確的選項。

(1)  $A$  的行列式(值)為 6

(2)  $A^2 = 5A - 6 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(3)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

(4)  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}$

(5)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \end{bmatrix}$

【102 指乙】

**答**：(1)(2)(4) (**第四冊第三章矩陣**)

**解**：  $A \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(1)  $\det(A) = 6$

(2)  $A^2 - 5A + 6I = 0$  (特徵方程式)

(3)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \times \frac{1}{6}$

(4)  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \end{bmatrix}$

(5)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}$

### 三、選填題(占 24 分)

A. 從玫瑰、菊花、杜鵑、蘭花、山茶、水仙、繡球等七盆花中選出四盆靠在牆邊排成一列，其中杜鵑及山茶都被選到，且此兩盆花位置相鄰的排法有\_\_\_\_\_種。【102 指乙】

**答**：120 (**第二冊第二章排列組合**)

**解**：  $C_2^2 C_2^5 \times [3! \times 2!] = 10 \times 12 = 120$

B. 袋中有 3 顆白球與 1 顆黑球，每次隨機從袋中抽出 1 球，袋中每一球被抽到的機率皆相同，抽出後不放回，直到抽中黑球時遊戲結束。若在第  $k$  次抽到黑球，則得到  $k$  元獎金。

此遊戲可獲得獎金的數学期望值為\_\_\_\_\_元 (化為最簡分數)。【102 指乙】

**答**：  $\frac{5}{2}$  (**第五冊第一章機率與統計 II**)

解：

A	一回止	二回止	三回止	四回止
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{4}$
\$	1	2	3	4

$$E(x) = 1 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{4} + 4 \times \frac{1}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

C. 在坐標平面上，設  $O$  為原點，

向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (2, 1)$ ， $\vec{c} = (1, 1)$ ， $\vec{d} = (-1, 1)$ ， $P$  為平面上的動點，

令點集合  $A = \left\{ P \mid \overrightarrow{OP} = x\vec{a} + y\vec{b} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1 \right\}$ ，

點集合  $B = \left\{ P \mid \overrightarrow{OP} = x\vec{c} + y\vec{d} \text{ 且 } 0 \leq x \leq 1 \text{ 且 } 0 \leq y \leq 1 \right\}$ ，

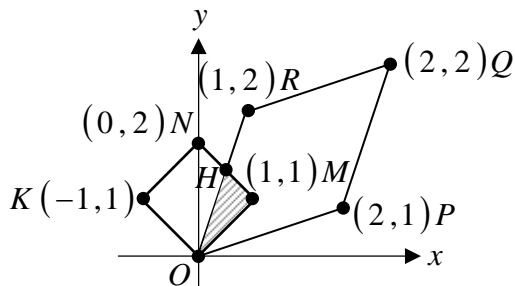
則區域  $A \cap B$  的面積為 \_\_\_\_\_ (化為最簡分數)。

【102 指乙】

答： $\frac{1}{3}$  (第三冊第三章平面向量)

解： $\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{OR}: 2x - y = 0 \\ \overrightarrow{MN}: x + y - 2 = 0 \end{array} \right\}$  交點  $H \left( \frac{2}{3}, \frac{4}{3} \right)$

$$\Delta OMH \text{ 面積} = \frac{1}{2} \left| \begin{array}{cc} \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \\ 1 & 1 \end{array} \right| = \frac{1}{3}$$



### 第貳部分：非選擇題(占 24 分)

一、已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ 。

- (1) 請以對數律計算  $\log 1.5$  (不必四捨五入)。(3 分)
- (2) 請以對數律計算  $\log (1.5)^{60}$  (不必四捨五入)。(3 分)
- (3) 請問  $(1.5)^{60}$  的整數部分是幾位數？請說明理由。(3 分)
- (4) 請問  $(1.5)^{60}$  的整數部分中，最左邊的數字是幾？請說明理由。(3 分)

【102 指乙】

答：(1) 0.1761 (2) 10.5660 (3) 11 位數 (4) 最左邊的數字為 3  
(第一冊第三章指數與對數)

解：(1)  $\log 1.5 = \log \frac{3}{2} = \log 3 - \log 2 = 0.4771 - 0.3010 = 0.1761$

(2)  $\log (1.5)^{60} = 60 \log 1.5 = 10.5660$

(3)  $\because \log (1.5)^{60}$  之首數為 10  $\therefore (1.5)^{60}$  為 11 位數

(4)  $\because \log (1.5)^{60}$  之尾數為 0.5660  $\therefore (1.5)^{60}$  最左邊的數字為 3

(3)(4)  $\because \log (1.5)^{60} = 10 + 0.5660 = \log 10^{10} + \log 3 \cdots = \log 3 \cdots \times 10^{10}$   
 $\therefore (1.5)^{60}$  為 11 位數，且最左邊的數字為 3

二、某工廠使用三種貴金屬元素合成兩種合金，  
 其中每單位的甲合金  
 是由 5 公克的 A 金屬、3 公克的 B 金屬以及 3 公克的 C 金屬組成，  
 而每單位的乙合金  
 是由 3 公克的 A 金屬、6 公克的 B 金屬與 3 公克的 C 金屬所組成。  
 已知甲、乙合金每單位的獲利分別為 600、700 元。  
 若工廠此次進了 1000 公克的 A 金屬、1020 公克的 B 金屬與 660 公克的 C 金屬  
 投入生產這兩種合金，  
 試問甲、乙兩種合金各應生產多少單位，才能獲得最大利潤？  
 又此時利潤為多少？(12 分)

【102 指乙】

答：甲 100 單位，乙 120 單位，最大利潤 144000 元 (**第三冊第二章線性組合**)

解：

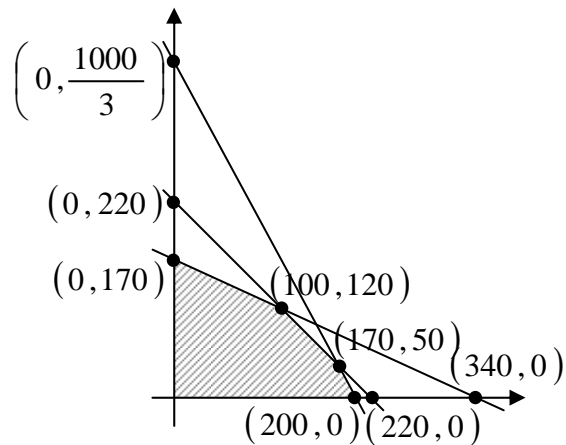
	A	B	C	獲利
甲	5	3	3	600
乙	3	6	3	700
限制	$\leq 1000$	$\leq 1020$	$\leq 660$	Max

$$\begin{cases} 5x + 3y \leq 1000 \\ 3x + 6y \leq 1020 \\ 3x + 3y \leq 660 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

目標函數  $f(x, y) = 600x + 700y$

在  $x = 100, y = 120$  時

有最大值 144000



<b>第一冊</b>	多項函數 6 分(易)	指數對數首數尾數 12 分(中)	
<b>第二冊</b>	排列組合 8 分(易)	數據分析 6 分(易)	數據分析 8 分(難)
<b>第三冊</b>	線性不等式 8 分(易)	線性規劃 12 分(中)	平面向量線性組合 8 分(中)
<b>第四冊</b>	矩陣 8 分(中)		
<b>第五冊</b>	期望值 8 分(易)	民意調查 8 分(中)	
<b>第六冊</b>	循環小數 8 分(易)		