

大學入學考試中心
九十八學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 單選題及多選題只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\overset{3}{\square}$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$

例：若第 5 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 5 列的 $\overset{1}{\square}$ 與 $\overset{3}{\square}$ 劃記，如：

5	$\overset{1}{\blacksquare}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\blacksquare}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$
---	-----------------------------	------------------------	-----------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ..., 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\overset{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\overset{7}{\square}$ 劃記，如：

20	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\square}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\blacksquare}$	$\overset{\pm}{\square}$
21	$\overset{1}{\square}$	$\overset{2}{\square}$	$\overset{3}{\square}$	$\overset{4}{\square}$	$\overset{5}{\square}$	$\overset{6}{\square}$	$\overset{7}{\blacksquare}$	$\overset{8}{\square}$	$\overset{9}{\square}$	$\overset{0}{\square}$	$\overset{-}{\square}$	$\overset{\pm}{\square}$

祝考試順利

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共佔 72 分）

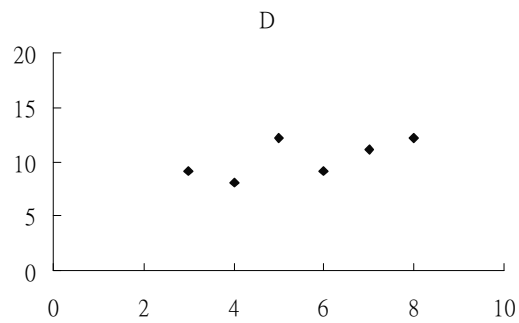
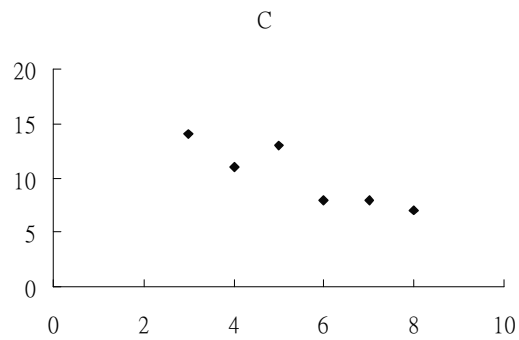
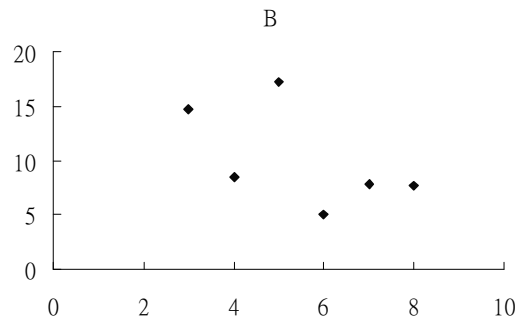
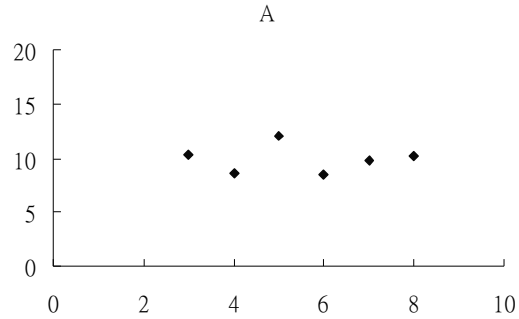
一、單選題（12 分）

說明：第 1 至 2 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得 6 分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣 1.5 分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 箱子裡有 30 顆紅球，20 顆藍球。小明從箱子中隨機抽出 1 顆球，記錄球的顏色後放回。重複此動作 5 次，並依序記錄。下列各選項都是小明可能呈現的紀錄，試問哪一選項發生的機率最大？
- (1) 紅紅紅紅紅
 - (2) 藍藍藍藍藍
 - (3) 紅紅藍紅紅
 - (4) 紅藍紅藍紅
 - (5) 藍紅紅藍紅

2. A,B,C,D 是四組資料的散佈圖，如圖所示。利用最小平方法計算它們的迴歸直線，發現有兩組資料的迴歸直線相同，試問是哪兩組？

- (1) A、B
- (2) A、C
- (3) A、D
- (4) B、C
- (5) B、D



二、多選題（28 分）

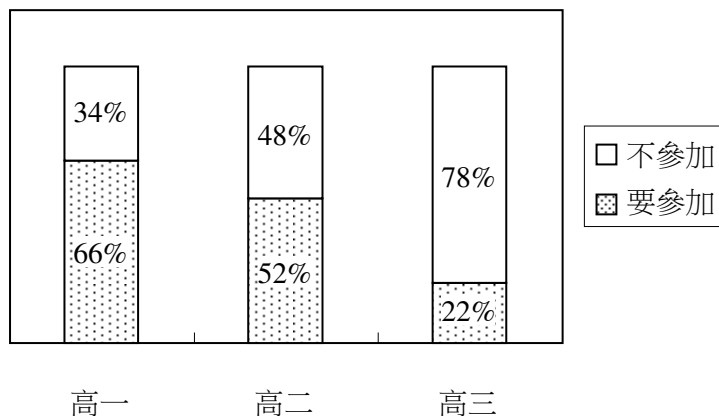
說明：第 3 至 6 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題 7 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.4 分，每答錯一個選項，倒扣 1.4 分，完全答對得 7 分，整題未作答者，不給分亦不扣分。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.4 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

3. 若 (a, b) 是對數函數 $y = \log x$ 圖形上一點，則下列哪些選項中的點也在該對數函數的圖形上？
- (1) $(1, 0)$
 - (2) $(10a, b+1)$
 - (3) $(2a, 2b)$
 - (4) $(\frac{1}{a}, 1-b)$
 - (5) $(a^2, 2b)$
4. 國一學生 30 萬人，智商測驗的結果是「平均數 100，標準差 15」的常態分配。若以智商 130 以上做為甄選國一學生為資優生的門檻，則根據這次測驗的結果判斷下列選項中的敘述，哪些是正確的？
- (1) 約有 5% 的國一學生通過資優生甄選門檻
 - (2) 約有 15 萬名國一學生的智商在 100 以上
 - (3) 超過 20 萬名國一學生智商介於 85 至 115 之間
 - (4) 隨機抽出 1000 名國一學生，可期望有 25 名資優生
 - (5) 如果某偏遠學校只有 14 名的國一學生，那麼該校不會有資優生

5. 經濟學者分析某公司服務年資相近的員工之「年薪」與「就學年數」的資料，得到這樣的結論：『員工就學年數每增加一年，其年薪平均增加 8 萬 5 千元』。試問上述結論可直接從下列哪些選項中的統計量得到？

- (1) 「年薪」之眾數與「就學年數」之眾數
- (2) 「年薪」之全距與「就學年數」之全距
- (3) 「年薪」之平均數與「就學年數」之平均數
- (4) 「年薪」與「就學年數」之相關係數
- (5) 「年薪」對「就學年數」之迴歸直線斜率

6. 某縣市教育局欲瞭解高中生參加課外活動社團的意願，開學日隨機調查高一、高二、高三學生各 1067 名，詢問本學期是否要參加課外活動社團。已知該縣市的高一、高二、高三學生人數幾乎一樣多，各年級學生調查結果如下圖：



試問下列選項中的敘述，哪些是正確的？

- (1) 學生要參加課外活動社團之比例隨著年級增加而遞減
- (2) 由上述資訊可以估算全體學生要參加課外活動社團的比例
- (3) 在 95% 信心水準下，每一個年級學生要參加課外活動社團的比例之信賴區間，都可以由題目中已知的數據算出
- (4) 在 95% 信心水準下，三個年級的調查結果，以高一學生要參加課外活動社團的比例的信賴區間最長
- (5) 在 95% 信心水準下，三個年級的調查結果，以高三學生要參加課外活動社團的比例的信賴區間最短

三、選填題（32 分）

說明：A 至 D 題為選填題，請在答案卡的「解答欄」之列號（7-17）中標示答案。
每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 陳先生三年前買了一輛剛出廠的新車買價 100 萬元；該汽車的價值在第一年後折舊 20%，第二年以後每年折舊前一年車價的 15%。陳先生現在想用這部車換新車，試問舊車可抵多少萬元？答：⑦⑧ 萬元。（萬元以下四捨五入）

B. 某實驗室欲評估血液偵測老年癡呆症技術的誤判率（即偵測錯誤的機率）。共有 760 人接受此血液偵測技術實驗，實驗前已知樣本中有 735 人未患老年癡呆症。實驗後，血液偵測判斷為未患老年癡呆症者有 665 人，其中真正未患老年癡呆症有 660 人。試問此血液偵測技術的誤判率為 $\frac{\textcircled{9}}{\textcircled{10}\textcircled{11}}$ 。（化成最簡分數）

C. 某公司招聘新員工，共有 1600 人應徵參加筆試。筆試場地借用甲大學的教室，該校可租借的大教室有 50 間，每間可容納 40 人，每間租金 500 元；小教室有 60 間，每間可容納 20 人，每間租金 150 元。考慮監考人員的限制，筆試教室不能超過 60 間。試問租借大教室 ⑫⑬ 間，小教室 ⑭⑮ 間，來進行筆試，最省租借場地費用。

D. 某動物園的遊園列車依序編號 1 到 7，共有 7 節車廂，今想將每節車廂畫上一種動物。如果其中的兩節車廂畫企鵝，另兩節車廂畫無尾熊，剩下的三節車廂畫上貓熊，並且要求最中間的三節車廂必須有企鵝、無尾熊及貓熊，則 7 節車廂一共有 ⑯⑰ 種畫法。

—— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

第貳部分：非選擇題（佔 28 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二）與子題號((1)、(2)、...)，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、某製造玩具工廠，每次接到訂單都需開模 5 萬元，製造每一千個玩具材料費需 2 萬元，由此建立生產的基本成本函數 $f(x)=5+2x$ ，其中 x 以千個為單位。依過去經驗，接到訂單數量與報價總值有如下關係：

數量(千個)	報價總值(萬元)
5	37.5
10	70
15	97.5

以此資料建立一個二次函數的報價總值函數 $g(x)$ ，以及獲利函數 $h(x)=g(x)-f(x)$ 。

- (1) 若接到訂單為 20 千個，試問交貨時，每千個玩具的基本成本平均是多少萬元？（2 分）
- (2) 試求報價總值函數 $g(x)$ 。（7 分）
- (3) 根據 $h(x)$ ，試問訂單數量是多少時，獲利總值最高？（5 分）

二、設有 A、B 兩支大瓶子，開始時，A 瓶裝有 a 公升的純酒精，B 瓶裝有 b 公升的礦泉水。每一輪操作都是先將 A 瓶的溶液倒出一半到 B 瓶，然後再將 B 瓶的溶液倒出一半回 A 瓶（不考慮酒精與水混合後體積的縮小）。設 n 輪操作後，A 瓶有 a_n 公升的溶液，B 瓶有 b_n 公升的溶液。已知二階方陣 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$

$$\text{滿足 } \begin{bmatrix} a_n \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^n \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}。$$

(1) 求二階方陣 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ 。（5 分）

(2) 當 $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$ 時，求 a_{100} 及 b_{100} 。（4 分）

(3) 當 $a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$ 時，在第二輪操作後，A 瓶的溶液中有百分之多少的酒精？
（5 分）