

臺北市立南港高工 101 學年度教師甄選筆試命題試題紙

甄選科別：數學科科目：數學

作答說明：

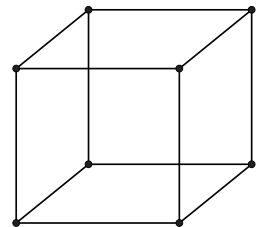
1. 第一、二大題均為填充題，不需計算過程，請將題號、答案依序寫在答案卷上。
2. 可利用試題紙、答案卷空白處計算（不得使用計算機、不得書寫與答案無關之文字、符號、圖案）。

一、填充題：每格 4 分，80 %

01. 設 $f(x)$ 為實係數二次多項式，且 $f(2013)=4, f(2021)=52, f(2034)=13$ ，求 $f(2055)=$ _____。

02. 某餐廳有 A, B, C, D, E 五種套餐，若小明決定未來三天的中午及晚上都到此餐廳點一份套餐，但同一天中午和晚上點的餐不同，每天中午也和前一天中午點的餐不同，每天晚上也和前一天晚上點的餐不同，則小明未來三天共有_____種不同的點餐方法。

03. 在正方體上任選 3 個頂點連成三角形，則所得的三角形是直角非等腰三角形的機率為_____。



04. 設 $\langle F_n \rangle$ 是費波那契數列 (Fibonacci sequence)： $F_1 = F_2 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ ，則前 500 項中有_____項是奇數。

背面尚有試題

05. 複數平面上, 以 $x^{10} + x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ 之十根為頂點所成的十邊形面積為 _____。

06. 設 $x, y \in R$, 則 $\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 4y + 21} + \sqrt{x^2 + y^2 + 6x - 4y + 38}$ 的最小值為 _____。

07. 不等式 $\log x^2 + \sqrt{\log x - 1} < 5$ 的解為 _____。

08. 設 $x, y \in R$, $x^2 + y^2 \leq 1$, 則 $\frac{x+y+2}{x-y+2}$ 的最大值為 M 、最小值為 m , 則 $M + m =$ _____。

09. 設 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 若 $A^{10} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, 則數對 $(a_{11}, a_{12}, a_{13}) =$ _____。

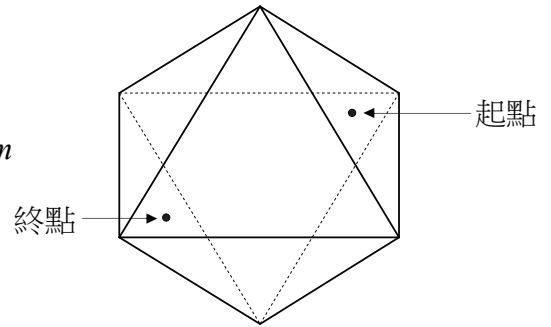
10. 下表為五筆 (x, y) 資料, 則 y 對 x 的迴歸直線方程式為 _____。

x	1	3	5	7	9
y	2	8	14	20	26

11. 雙曲線 $x^2 - 4y^2 = 4$ 之一弦中點坐標為 $(1, 1)$, 則此弦長為 _____。

12. 設函數 $y = f(x)$ 對一切實數 x 均滿足 $f(5+x) = f(5-x)$, 且方程式 $f(x) = 0$ 恰好有 6 個不同的實根, 則這 6 個實根的和為 _____。

13. 如右圖, 有一個正八面體的稜長為 6cm 。
 若從其中一個面的中心沿著這個正八面體
 的表面到相對面的中心之最短路徑長度為 $d\text{cm}$
 , 則 d^2 之值為_____。



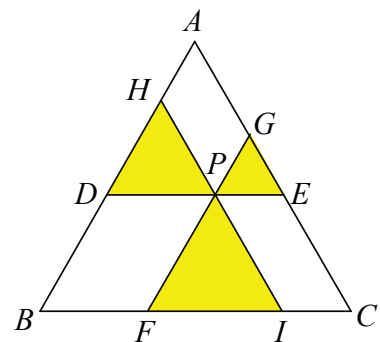
14. 空間中二相交直線 $L_1: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$, $L_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-7}{8}$,
 則 L_1, L_2 二直線所夾之銳角之角平分線方程式為_____。

15. 不等式: $(|x|+2|y|-4) \cdot (3|x|+|y|-6) \leq 0$ 之圖形在坐標平面上所圍出區域之
 面積為_____。

16. 若 $y = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}$ 和 $y = \frac{k}{2^x + 2^{-x}}$ 的二個交點間之距離為 2, 則實數 $k =$ _____。

17. 設實數 a, b, c, d 滿足 $a^2 + b^2 = 1$ 且 $(c-3)^2 + (d-4)^2 = 2$, 則 $\left| \frac{a}{c} \frac{b}{d} \right|$ 的最大值
 為_____。

18. 如右圖, $\triangle ABC$ 為邊長是 1 的正三角形,
 P 為內部一點, 過 P 作 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\overline{FG} \parallel \overline{AB}$,
 $\overline{HI} \parallel \overline{AC}$, 則 $\triangle PDH$ 、 $\triangle PFI$ 、 $\triangle PEG$ 面積和
 之最小值為_____。



19. 設 $d > 0$, $d \in \mathbb{R}$, 若動點 P 至二定點 $A(-d, 0), B(d, 0)$ 的距離和為定值 $4d$,
 若 $\overline{AP}^3 + \overline{BP}^3$ 的最大值為 M , 最小值為 m , 則數對 $(M, m) =$ _____。
 (以 d 表示)

20. 已知圓 O 的半徑為 1， P 為圓外一動點， $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}$ 為該圓的兩條切線， A, B 為兩切點，那麼 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 的最小值為_____。

二、填充題：每格 5 分，20 %

21. 在複數平面上有一區域 S 定義如下：

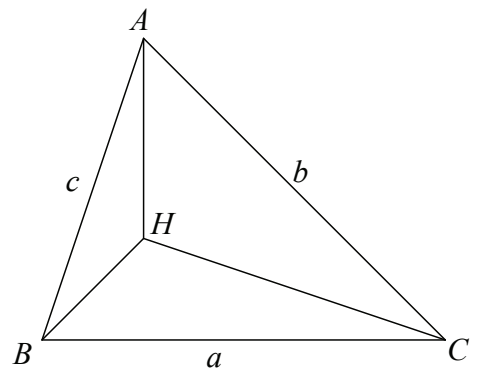
$$S = \{x + iy \mid -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$$

有一複數 $z = x + iy$ 由區域 S 中均勻且隨機的選取，試問 $\left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4}i\right) \cdot z$ 亦落在區域 S 中的機率為_____。

22. 若實數 x, y 滿足 $x^2 + xy + y^2 = 6$ ，若 $x^2y + xy^2 - x^2 - 2xy - y^2 + x + y$ 的最大值為 M 、最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ _____。

23. 某立體之底面為由 $x = y^2$ 及 $x = 3 - 2y^2$ 二拋物線所圍成的區域，且對於垂直於 X 軸所有橫截面均為正方形，則此立體之體積為_____。

- 24 如右圖， H 為 $\triangle ABC$ 之垂心， $\overline{BC} = a, \overline{AC} = b, \overline{AB} = c$ ，若面積比 $\triangle ABH : \triangle BCH : \triangle ACH = 1 : 2 : 3$ ，則邊長比 $a : b : c =$ _____。



一、填充題：每格 4 分，80 %（不需計算過程）

01	02	03	04
-356	3380	$\frac{3}{7}$	334
05	06	07	08
$\frac{4+\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{113}$	$10 \leq x < 100$	4
09	10	11	12
(1,10,55)	$y = -1 + 3x$	$\sqrt{\frac{119}{3}}$	30
13	14	15	16
84	$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{7}$	$\frac{88}{5}$	$\frac{25}{8}$
17	18	19	20
$5 + \sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{12}$	$(28d^3, 16d^3)$	$-3 + 2\sqrt{2}$

二、填充題：每格 5 分，20 %（不需計算過程）

21	22	23	24
$\frac{7}{9}$	$(3, -8 - 6\sqrt{2})$	6	$\sqrt{8} : 3 : \sqrt{5}$