

國立嘉義高級家事職業學校 101 學年度第 1 次教師甄選數學試題

注意事項：請在答案本上依題號書寫並附上計算證明過程。

未寫上過程或過程不正確者該題不予計分

【第 1~17 題，每題 5 分；第 18 題 8 分，第 19 題 7 分，共 100 分】

1. 設 $f(x)$ 為三次多項式， $f(2008) = 1$ ， $f(2009) = 10$ ， $f(2010) = 13$ ， $f(2011) = -2$ ，
則 $f(2012)$ 為 _____。

2. 求 $\int_{-1}^2 (x+|x|+1)^2 dx =$ _____。

3. 二階行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的四個成分 a 、 b 、 c 、 d 皆為集合 $A = \{4, 5\}$ 內的元素，所成的行列式值為奇數的機率為_____。

4. 設 a_n 是 $(5-\sqrt{x})^n$ 的展開式中 x 項的係數 ($n=2, 3, 4, \dots$)，則

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5^2}{a_2} + \frac{5^3}{a_3} + \dots + \frac{5^n}{a_n} \right) = \text{_____}。$$

5. 兩直線 $L_1: \frac{x-11}{4} = \frac{y+5}{-3} = \frac{z+7}{-1}$ 與 $L_2: \frac{x+5}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-6}{-2}$ 不共平面，

則：(1) 包含 L_2 且與 L_1 平行之平面 E 方程式為_____。(3分)

(2) L_1 與 L_2 之間的公垂線段長為_____。(2分)

6. 設 ABCDEF 為一凸六邊形，BCEF 為一平行四邊形，ABF 為正三角形，

若已知 $\overline{BC} = 1$ ， $\overline{AD} = 3$ ， $\overline{CD} + \overline{DE} = 2$ ，求凸六邊形 ABCDEF 的面積 = _____。

7. 設 $f(x) = x^2 - 2mx + 2m + 3$ ， $m \in R$ ，若 $0 \leq x \leq 4$ ， $f(x) > 0$ 恆成立，則 m 之範圍為_____。

8. 一圓之外切等腰梯形 ABCD 的上底 $\overline{AD} = 2$ ，下底 $\overline{BC} = 6$ ，則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$ _____。

9. 設 $x = \sqrt{1-y^2}$ ，則 $\frac{y+5}{x-5}$ 之最小值為_____。

10. 設 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & , x \leq 1 \\ \frac{ax+b}{x+1} & , x > 1 \end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在 $x=1$ 可微分，則序對 $(a, b) =$ _____。

11. 設 $a > b > 0, ab = 1000$, 若已知 $f(x) = (\log \frac{x}{a})(\log \frac{x}{b})$ 的最小值為 -1 , 求 $a+b$ 之值
12. 從各位數和等於 43 的五位數中隨機選出一個數, 這個數恰為 11 倍數的機率為_____。
13. 若 $f(x) = 1 + \sin 2x + 4(\sin x + \cos x)$, 試求 $f(x)$ 之最大值_____。
14. 候選人在一條重要馬路上插競選旗子。第 1 天在該馬路的頭尾各插 1 面旗子；第 2 天在兩面旗子中間再插 3 面旗子；第 3 天在相鄰兩面旗子中間各再插 3 面旗子。依此類推，每一天都在既有相鄰兩面旗子中間各再插 3 面旗子。問第 n 天後，該馬路上一共插多少面候選人旗子?_____。
15. $\sin \frac{\pi}{18} \sin \frac{3\pi}{18} \sin \frac{5\pi}{18} \sin \frac{7\pi}{18} \sin \frac{9\pi}{18} =$ _____。
16. 不等式 $|3x-10| - |x^2 - 6x + 5| > 5$ 的解為_____。
17. $\triangle ABC$ 中， $A(1,0)$ ， $B(0,1)$ ， $C(\frac{3}{2}, 0)$ ，若過原點作一直線 L 將 $\triangle ABC$ 面積平分，則 L 的方程式為_____。
18. 已知 $A(2,0), B(-2,0)$ 是橢圓 Γ 的兩焦點且 $L: 3x + 2y = 8\sqrt{3}$ 是 Γ 的一切線。求此橢圓方程式

【8分】

19. 證明：不論 x 是任何正數， $1 - \frac{1}{x} \leq \ln x \leq x - 1$ 都成立【7分】

※數學科

1	2	3	4
-47	$\frac{65}{3}$	$\frac{3}{8}$	50

5	
(1) $2x+5y-7z+32=0$	(2) $\sqrt{78}$

6	7	8	9	10
$2\sqrt{3}$	$-\frac{3}{2} < m < 3$	4	$-\frac{4}{3}$	(6,- 2)

11	12	13	14	15
$101\sqrt{10}$	$\frac{1}{5}$	$2+4\sqrt{2}$	$1+4^{n-1}$	$\frac{1}{16}$

16	17	18
$0 < x < \frac{9-\sqrt{41}}{2}$	$x-3y=0$	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$