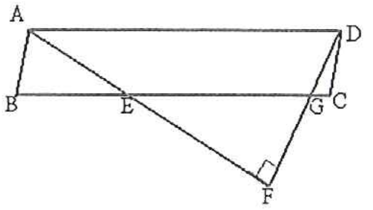
台北市立內湖高工 101 學年度數學教師甄選筆試試題

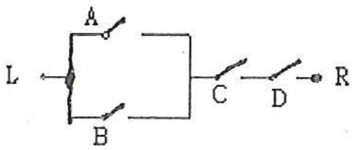
一、填充題 50%(每題 5%)

1. 平行四邊形 $ABCD$ 和直角 ΔAFD 如下圖，$\angle F = 90^\circ$。$\overline{AF}$，$\overline{FD}$ 分別交 $\overline{BC}$ 於 E 和 G。已知 $\overline{AF}$ 線段長為 9，$\overline{GD}$ 線段長為 2，則四邊形 $ABCD$ 之面積=__(1)__。



2. 設 $a=(\frac{1}{9})^{\frac{1}{9}}$, $b=(\frac{2}{5})^{\frac{2}{5}}$, $c=(\frac{2}{3})^{\frac{2}{3}}$，則 a,b,c 間的大小關係為何？__(2)__

3. 如下圖所示的電路中有 A, B, C, D 四個開關，設每個開關電流暢通的機率均為 0.9，且各開關彼此不互相影響。求電流能由 L 通到 R 的機率為何？__(3)__



4. $(x-2y-3z)^6$ 展開式中 x^3y^2z 的係數為何？__(4)__

5. 某校高一第一次段考數學成績不太理想，多數同學成績偏低；考慮到可能是同學們適應不良所致，數學老師決定將每人的原始成績取平方根後再乘以 10 作為正式紀錄的成績。今隨機抽選 50 位同學，發現調整後的成績其平均為 70 分，標準差為 10 分；試問這 50 位同學未調整前的成績之平均分數為何？__(5)__

算術平均數：$\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$,

樣本標準差：$s_x=\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}}=\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}{n-1}}$

6. 以 11^2+11+1 除 $11^{101}+6\cdot 11^{17}+11^6+17$ 之餘數為何？__(6)__

7. 設 $0^\circ<\theta<90^\circ$，若 $\tan\theta+\sec\theta=\dfrac{3}{2}$，則 $\sin\theta=$__(7)__。

8. 求 $2\log_2 x-\log_x 2<1$ 之解為何？__(8)__

9. 已知長度相等的兩向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 夾角 θ，且滿足 $|\vec{a}+\vec{b}|=5$，$|\vec{a}-\vec{b}|=4$，則 $\cos\theta=$__(9)__。

10. 求雙曲線 $xy-3x+4y=0$ 兩貫軸頂點間的距離為何？__(10)__

二、計算題 50%(每題 10%)

1. 已知a,b,c為實數，方程式$y=ax^2+bx+c$之拋物線過平面上$(\frac{2}{15},\frac{268}{45})$，$(\frac{4}{5},\frac{42}{5})$，$(\frac{7}{5},\frac{72}{5})$三點。求$a,b,c$。

2. 求空間中二直線$L_1:\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-2}$，$L_2:\frac{x+2}{3}=\frac{y+4}{6}=\frac{z}{2}$間的最短距離為何？

3. 求下列無窮級數的和。

   (1)$1+2(\frac{1}{3})+3(\frac{1}{3})^2+4(\frac{1}{3})^3+5(\frac{1}{3})^4+\cdots$

   (2)$1+2^2(\frac{1}{3})+3^2(\frac{1}{3})^2+4^2(\frac{1}{3})^3+5^2(\frac{1}{3})^4+\cdots$

4. $f(x)=\frac{8x^3-6x+1}{(2x+1)^4}$，求二階導數$f''(0)=$？

5. 若$c\in(0,1)$，由$y=x^3$，$y=c$，$x=1$所形成如下圖陰影區域。求c值為何時，可使得陰影區域的面積為最小。