國立嘉義高級中學 101 學年度教師甄選－數學科試題

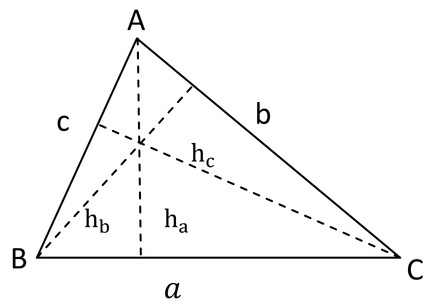
一、填充題：本題共有 16 個空格，每個空格 5 分，共 80 分

1. 若 z 為複數，且滿足 $z+\frac{1}{z}=1$，則$z^{101}+\frac{1}{z^{101}}=$ _______ 。

2. 設a為實數，若對任何實數 x，下式恆成立，
$-(x+1)^2<ax-(a+1)<x^2$，則a的範圍為________ 。

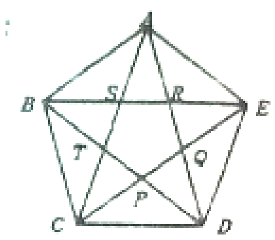
3. 最近因為「林來瘋」現象非常盛行，林舒好同學也開始練習在罰球線投籃，經過一個月的苦練後，他已經不會連續兩投都不進。現在他連續投 10 球，則他的進球情形有________種。

4. 設△*ABC* 自各頂點 *A,B,C* 作對邊之垂線，即高分別為$h_a=4, h_b=5, h_c=6$, 求△*ABC* 之內切圓之半徑 *r* 為_________ 。



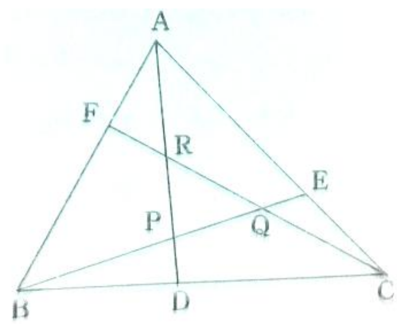
圖一

5. 如圖二所示，正五邊形的對角線$\overline{BD},\overline{CE},\overline{DA},\overline{EB}$與$\overline{AC}$分別兩兩相交 P,Q,R,S,T。已知$\sin 18°=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
求正五邊形 PQRST 與正五邊形 ABCDE 的面積的比為_______ 。



圖二

6. 如圖三：$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AE}=2\overline{CE}$, $\overline{BF}=3\overline{AF}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$交成△*PQR* 求△*PQR* 之面積：△*ABC* 之面積為________ 。



圖三

7. 已知橢圓$4x^2-4x+y^2-3=0$之一弦，其中點坐標為(1,1)，則包含此弦之直線的方程式為_______ 。

8. A=｛a,b,c,d,e｝，B=｛1,2,3,4｝，則：
自 A 到 B 之函數中任取一個，取到者滿足 *f*(a) ≤*f*(b) ≤*f*(c)之機率為_________ 。

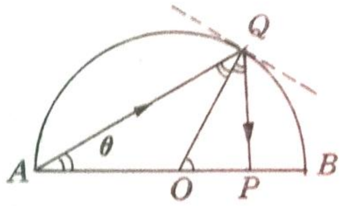
9. 假設地球為一球體。今以地球球心為原點，地球半徑為單位長，建立一直角坐標系。設地球表面上有甲乙丙三地，甲、乙兩地的坐標分別為(1，0，0)、($\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$)，而丙地正好是甲乙兩地之間最短路徑的中點，則丙地的坐標為________ 。

10.一等比數列中，其第 ℓ 項為 a，第 m 項為 b，第 n 項為 c。若 a,b,c 皆為正數，
則(m-n) log a+(n-ℓ)log b+(ℓ-m)log c 之值為________。

11. 設△ABC 的三邊長為$\overline{\mathrm{AB}}$ = 8，$\overline{\mathrm{BC}} = 2\sqrt{13}$，$\overline{\mathrm{CA}}$ = 4，且 H 為△ABC 的垂心。若$\overrightarrow{\mathrm{AH}} = x\overrightarrow{\mathrm{AB}} + y\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$，則數對(x, y)=_______。

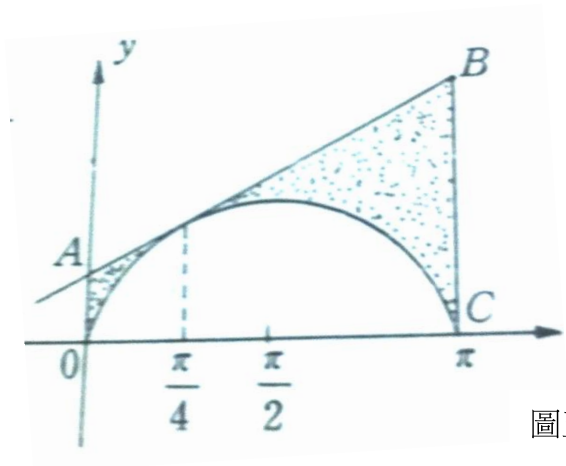
12. 曲線 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ 上一點 $P(t, \frac{\sqrt{3}}{t})$，$t > 0$，過 P 作切線和法線交 x 軸於 A，B，則$\overline{\mathrm{AB}}$ 之最小值為_______。

13. 如圖四之半球形之凹面鏡，直徑 AB，球心 O，半徑 r，令一光線和 AB 之交角為θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)，光線射到球面 Q 點後反射線和 AB 交於 P 點，求θ→0 時，$\overline{\mathrm{AP}}$：$\overline{\mathrm{BP}}$ =________。



圖四

14. 設曲線 y=sin x , (0 ≤x≤ π)上之點($\frac{\pi}{4}$, sin $\frac{\pi}{4}$)處所作的切線 ℓ，和曲線 y=sin x,在0 ≤x≤ π之範圍內所圍面積為 S,(如圖五之陰影部份), 則 S 面積為_______。



圖五

15. 已知空間二直線 $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-2}$ 與 $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+4}{1}$ 相交，則包含此二直線的平面方程式為________。

16. 求以$\cos\frac{2\pi}{9}$，$\cos\frac{4\pi}{9}$，$\cos\frac{8\pi}{9}$ 為根的三次方程式並求 a, b 之值，且

$a = \cos\frac{2\pi}{9} + \cos\frac{4\pi}{9} + \cos\frac{8\pi}{9}$

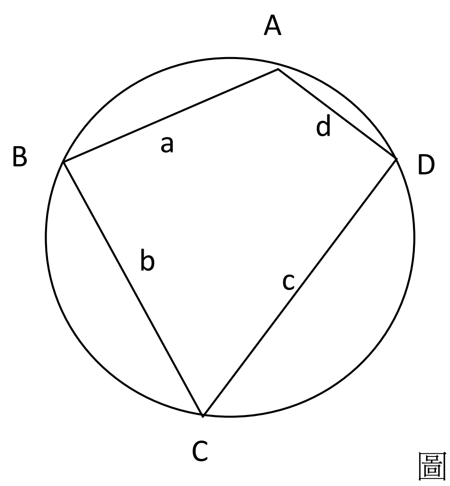
$b = \cos\frac{2\pi}{9}\cos\frac{4\pi}{9}\cos\frac{8\pi}{9}$ ，則數對(a,b)=_______。

二、計算題或證明題，每題 10 分共 20 分

1. 由展開式$(u+v)^3 = u^3 + 3u^2v + 3uv^2 + v^3$化成$(u+v)^3 - 3uv(u+v) - (u^3 + v^3) = 0$ 和方程式 $x^3 + 6x - 2 = 0$ 作比較，令 x=u+v，則(1) uv = _____(2 分)，(2) $u^3 + v^3 =$ ______(2 分)，(3) 由此求出 u，v 之值，可得 x=______(6 分)

2. 若圓內接四邊形 ABCD 的四邊長分別為 a、b、c、d(如圖六)，設 s = $\frac{1}{2}(a+b+c+d)$，

則四邊形 ABCD 之面積=$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$



圖六

國立嘉義高級中學 101 學年度教師甄選－數學科答案卷

一、填充題：每格 5 分共 80 分　　　　二、計算題或證明題：每題 10 分共 20 分

1		1
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		2
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		

國立嘉義高級中學101學年度教師甄選－數學科答案卷

一	填充題	二	計算題
1	1	1.	(1) uv=－2 (2) $u^3+v^3=2$ (3) $x_1=\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}$ $x_2=\sqrt[3]{4}\omega-\sqrt[3]{2}\omega^2$ $x_3=\sqrt[3]{4}\omega^2-\sqrt[3]{2}\omega$
2	$2-2\sqrt{2}<a<-4+2\sqrt{3}$		
3	144		
4	$^{60}/_{37}$		
5	$7-3\sqrt{5}/2$		
6	1:10		
7	2x+y－3=0		
8	5/16		
9	$(\frac{2}{\sqrt{6}},\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{1}{\sqrt{6}})$	2.	
10	0		
11	$(\frac{7}{207},\frac{175}{207})$		
12	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$		
13	2:1		
14	$\frac{\sqrt{2}}{8}\pi^2+\frac{\sqrt{2}}{2}\pi-2$		
15	3x+4y+5z－2=0		
16	$(0,-\frac{1}{8})$		